

Složeni kamatni račun

Složeni kamatni račun

- **Složeni kamatni račun** – kamate se izračunavaju na glavnici koja je uvećana za prethodno obračunate kamate svakog razdoblja kapitalizacije (tj. računaju se kamate na kamate).

- **Dekurzivan obračun kamata**

$$C_n = C_0 \cdot r^n$$

$$r = 1 + \frac{p}{100}, \quad r = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}}$$

$$I = C_n - C_0 = C_0 \cdot (r^n - 1)$$

$$n = \frac{\log C_n - \log C_0}{\log r}$$

- **Anticipativan obračun kamata**

$$C_n = C_0 \cdot \rho^n$$

$$\rho = \frac{100}{100 - q}, \quad \rho = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}}$$

$$I = C_n - C_0 = C_0 \cdot (\rho^n - 1)$$

$$n = \frac{\log C_n - \log C_0}{\log \rho}$$

Dekurzivan obračun kamata

Primjer: Koliki iznos treba štediša uložiti danas u banku ako želi na osnovi te uplate na kraju pete godine (računajući od danas) raspolagati iznosom od 10.000 *kn*?
Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan, a banka obračunava kamate po godišnjoj stopi $p = 8$.

$$C_5 = 10.000$$

$$n = 5$$

$$p = 8$$

$$r = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{8}{100} = 1,08$$

$$C_5 = C_0 \cdot r^5$$

$$C_0 = \frac{C_5}{r^5} = \frac{10.000}{(1,08)^5} = 6.805,83$$

Dekurzivan obračun kamata

Primjer: . Koliko iznose ukupne složene kamate na iznos od 20000 kn za razdoblje od 6 godina ako je godišnji kamatnjak u prve 4 godine $p_1 = 10$, a u preostale 2 godine smanjen je za 10%?

Prvo razdoblje:

$$n=4$$

$$C_0 = 20.000$$

$$p_1 = 10$$

$$C_4 = C_0 \cdot r_1^4 = 20.000 \cdot (1,1)^4 = 29.282$$

Drugo razdoblje:

$$n=2$$

$$C_4 = 29.282$$

$$p_2 = 10 - 10 \cdot 10\% = 9$$

$$C_6 = C_4 \cdot r_2^2 = 29.282 \cdot (1,09)^2 = 34.789,94$$

$$I = C_6 - C_0 = 34.789,94 - 20.000 = 14.789,94$$

Dekurzivan obračun kamata

Primjer: Koliki iznos treba štediša uložiti danas u banku ako želi da na osnovi te uplate na kraju osme godine (računajući od danas) raspolaže iznosom od 50.000kn? Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan, a banka obračunava kamate po kvartalnoj stopi $p = 2$.

Banka obračunava kamate po kvartalnoj stopi, a to znači da obračunava kamate 4 puta godišnje.

Dakle, u 8 godina banka 32 puta obračunava kamate.

$$\begin{aligned} n &= 32 \\ C_{32} &= 50.000 \\ p &= 2 \end{aligned} \quad C_0 = \frac{C_{32}}{r^{32}} = \frac{50.000}{(1,02)^{32}} = 26.531,67$$

Anticipativan obračun kamata

Primjer: Uz koju kamatnu stopu iznos od 20000 kn kroz 5 godina naraste na 33.701,16 kn ako je obračun kamata složen, godišnji i anticipativan?

$$C_0 = 20.000$$

$$n = 5$$

$$C_5 = 33.701,16$$

$$C_5 = C_0 \cdot \rho^5$$

$$\rho^5 = \frac{C_5}{C_0} = \frac{33.701,16}{20.000}$$

$$\rho = \sqrt[5]{\frac{33.701,16}{20.000}} = 1,11$$

$$\rho = \frac{100}{100 - q}$$

$$q = \frac{100 \cdot (\rho - 1)}{\rho} = \frac{100 \cdot 0,11}{1,11} = 10$$

Zadaci

Zadatak 1. Koliki iznos je trebalo staviti na štednju prije osam godina (od danas) ako se želi za pet godina (od danas) raspolagati na osnovi te jednokratne uplate iznosom od $100.000kn$, a poznato je da banka obračunava 6% godišnjih kamata? Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

Rješenje: **46.883,90**

Zadatak 2. Na koju vrijednost naraste $12.000kn$ nakon 8 godina, 5 mjeseci i 12 dana ako je banka odobrila 3,6% kamata godišnje?

Rješenje: **16.179,46**

Zadatak 3. Za koje se vrijeme neki ulog povećao zajedno sa složenim kamatama za 120% ako se kamate obračunavaju po godišnjoj kamatnoj stopi 7,3. Obračun kamata je složen, godišnji i dekurzivan.

Rješenje: **11.19**

Zadaci

Zadatak 4. Neka osoba uloži danas iznos od 5.000 *kn*. Ako na kraju desete godine (računajući od danas) na osnovi tog uloga raspolaže iznosom od 7.000 *kn*, a poznato je da je u prvih 5 godina godišnji kamatnjak fiksni i iznosi $p_1 = 5$, koliki je kamatnjak u preostalim 5 godina ukamaćivanja ako je i on u tom podrazdoblju fiksni?

Rješenje: 1,87

Zadatak 5. Uz koju kamatnu stopu iznos od 20.000*kn* kroz 5 godina naraste na 33.701.16*kn* ako je obračun kamata složen, godišnji i anticipativan?

Rješenje: 10

Kamatne stope

- Ako temeljno razdoblje ukamaćivanja nije jednake duljine kao temeljno razdoblje na koje se odnosi kamatna stopa, potrebno je preračunati kamatnu stopu i izraziti je u temeljnom vremenu kapitalizacije.
- Ako se označi sa:
 n_1 duljina temeljnog vremenskog razdoblja na koji se odnosi nominalna kamatna stopa p ,
 n_2 duljina temeljnog vremenskog razdoblja u kojem se obavlja kapitalizacija,
tada je $m = \frac{n_1}{n_2}$ broj koji pokazuje koliko se puta u toku osnovnog vremenskog intervala kamate pripisuju glavnici.

- **Relativna kamatna stopa** p_r izražava se u jedinici vremena ukamaćivanja.

$$p_r = \frac{p}{m}$$

- Konačna vrijednost novčane jedinice uz nominalnu kamatnu stopu p jednaka je konačnoj vrijednosti novčane jedinice uz primjenu **konformne kamatne stope**

$$r_k = r^{\frac{1}{m}}, \quad p_k = 100 \cdot (r_k - 1)$$

ali uz m ukamaćivanja u toku temeljnog vremenskog razdoblja na koje se odnosi kamatna stopa p ako se koristi dekurzivni način kapitalizacije.

Kamatne stope

Primjer: Odredite relativnu i konformnu kamatnu stopu ako je godišnja nominalna kamatna stopa $p = 6$, a ukamaćivanje polugodišnje.

$$\begin{aligned} p &= 6 \\ n_1 &= 12 \\ n_2 &= 6 \end{aligned} \qquad m = \frac{n_1}{n_2} = \frac{12}{6} = 2$$

relativna kamatna stopa: $p_r = \frac{p}{m} = \frac{6}{2} = 3$

komforna kamatna stopa: $p' = 100 \cdot \left(\sqrt[m]{1 + \frac{p}{100}} - 1 \right) = 100 \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{6}{100}} - 1 \right) = 2,96$

Zadaci

Zadatak 6. Za koje vrijeme se neka glavnica uložena u banku uz fiksnu godišnju kamatnu stopu 8 utrostruči ako je obračun kamata složen, polugodišnji i dekurzivan? Primijenite relativnu kamatnu stopu.

Rješenje: **14 godina**

Zadatak 7. Neka osoba uloži u banku početkom prve godine 50.000 eura, a početkom četvrte godine podigne 20.000 eura. Koliku će svotu ta osoba imati u banci krajem četvrte godine ako je polugodišnji kamatnjak 3%, a obračun kamata mjesečni. Koristite relativni kamatnjak.

Rješenje: **42.290,90**

Zadatak 8. Neka osoba uloži u banku početkom prve godine 50.000 eura, a početkom treće i četvrte godine podigne po 10.000 eura. Koliku će svotu ta osoba imati u banci na kraju pete godine ako je obračun mjesečni, a godišnja kamatna stopa 9%? Primijenjujemo konformni kamatnjak.

Rješenje: **52.099,90**

Zadaci

Zadatak 9. Neka osoba uloži u banku početkom prve godine 50.000 eura, a početkom četvrte godine podigne 20.000 eura. Koliku će svotu ta osoba imati u banci krajem četvrte godine ako je polugodišnji kamatnjak 3%, a obračun kamata polugodišnji. Koristite relativni kamatnjak.

Rješenje: **68.024,45**